Logaritmos

4º ESO Opción B

Va de Mates

www.vademates.es

Índice

1. Concepto de logaritmo
2. Uso de la calculadora
3. Propiedades de los logaritmos
4. Cambio de base
5. Ecuaciones logarítmicas

Definición

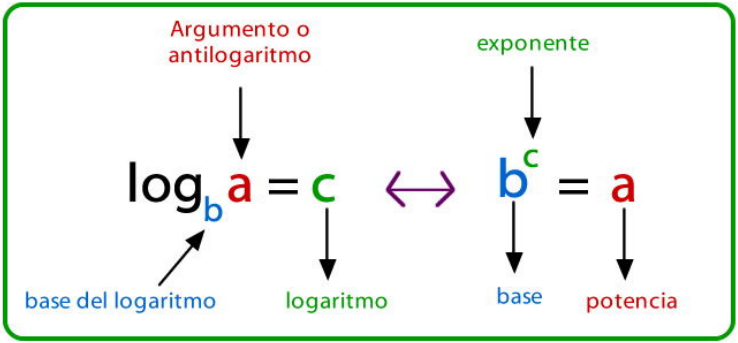
Dados dos números reales positivos, a y b, con $a \neq 1$, el logaritmo en base b de a ($\log_b a$), es **el exponente al que hay que elevar b para obtener a.**

$$\log_b a = c \text{ si se cumple que } b^c = a$$

EJEMPLO

$\log_2 16 = ?$
¿A cuánto tengo que elevar 2 para que me dé 16?
$2^4 = 16 \rightarrow \log_2 16 = 4$

Elementos de un logaritmo



Logaritmo decimal

Si el logaritmo tiene base 10, se llama **logaritmo decimal**. En este caso, la base no se escribe.

EJEMPLO

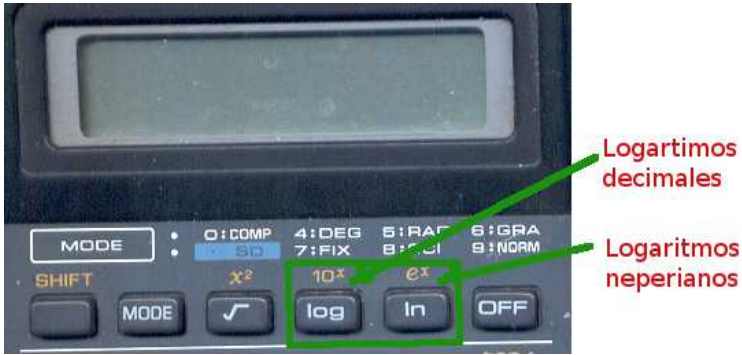
$\log 10 = 1$ porque $10^1 = 10$
$\log 100 = 2$ porque $10^2 = 100$
¿Y cuánto será el $\log \frac{1}{10}$?

Logaritmo neperiano

Si la base del logaritmo es el número $e = 2,71828...$, se llama **logaritmo neperiano** o **logaritmo natural** y se representa por $\ln a$.

El número e es un número irracional, conocido en ocasiones como número de Euler o constante de Napier.

Uso de la calculadora



Propiedades de los logaritmos

Propiedades de los logaritmos

De la propia definición de logaritmo...

$\log_b 1 = 0$ porque $b^0 = 1$
(Cualquier número elevado a 0 da 1)

$\log_b b = 1$ porque $b^1 = b$
(Cualquier número elevado a 1 da el mismo número)

¡OJO!

¿Existe $\log_b 0$?

Propiedades de los logaritmos *(* con la misma base)*

Logaritmo de un producto

$\log_b (m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$ Se convierte en suma

Logaritmo de un cociente

$\log_b \left(\frac{m}{n}\right) = \log_b m - \log_b n$ Se convierte en resta

Logaritmo de una potencia

$\log_b a^n = n \cdot \log_b a$ El exponente pasa multiplicando

... ¿y logaritmo de una raíz? ¡Una raíz es una potencia con un exponente racional!

Propiedades - ejemplos

EJEMPLOS

$\log_5 1 + 2 \cdot \log_5 5 = 0 + 2 \cdot 1 = 2$

$\log 25 + \log 4 = \log (25 \cdot 4) = \log 100 = 2$

$\log_2 24 - \log_2 6 = \log_2 (\frac{24}{6}) = \log_2 4 = 2$

$\log_4 32 = \log_4 (4^2 \cdot 2) = \log_4 4^2 + \log_4 2 = 2 \cdot \log_4 4 + \log_4 2 =$
$2 + \log_4 \sqrt{4} = 2 + \log_4 4^{\frac{1}{2}} = 2 + \frac{1}{2} \cdot \log_4 4 = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

Cambio de base

Útil para usar la calculadora (pasamos a logartimo decimal) o calcular logartimos sabiendo otros.

Cambio de la base b a la base c:

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

EJEMPLO

$$\log_4 12 = \frac{\log 12}{\log 4} = \frac{1,079}{0,602} = 1,792$$

Resolver ecuaciones logarítmicas

Pasos a seguir

1. Aplicamos la **definición de logaritmo y sus propiedades**.
2. Expresamos la ecuación como una igualdad de potencias, factorizando los números.
3. Resolvemos la ecuación.

¿Qué nos podemos encontrar?

- La incógnita como logaritmo
- La incógnita como argumento
- La incógnita como base
- Operaciones con logaritmos

Resolver ecuaciones logarítmicas

EJEMPLOS

$\log_4 64 = x \rightarrow 4^x = 64 \rightarrow 4^x = 2^6 \rightarrow (2^2)^x = 2^6 \rightarrow 2^{2x} = 2^6 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$

$\log_9 x = \frac{1}{4} \rightarrow 9^{\frac{1}{4}} = x \rightarrow (3^2)^{\frac{1}{4}} = x \rightarrow 3^{\frac{1}{2}} = x \rightarrow x = \sqrt{3}$

$\log_x \frac{1}{8} = -3 \rightarrow x^{-3} = \frac{1}{8} \rightarrow x^{-3} = \frac{1}{2^3} \rightarrow x^{-3} = 2^{-3} \rightarrow x = 2$

$\log x - \log 4 = 3 \rightarrow \log \frac{x}{4} = \log 3 \rightarrow \frac{x}{4} = 3 \rightarrow x = 12$